

สถาบันนักเรียนท่าโพธิ์สำหรับฟิสิกส์ทฤษฎีและจักรวาลวิทยา
Grad. TP. Entrance Examination 2011

วิชาคณิตศาสตร์

7 พฤษภาคม 2011

ข้อสอบนี้เป็นข้อสอบคัดเลือกนิสิตเข้าเป็นนักเรียนเตรียมทฤษฎีของสถาบันนักเรียนท่าโพธิ์
สำหรับฟิสิกส์ทฤษฎีและจักรวาลวิทยา คะแนนรวมของข้อสอบนี้เป็น 100 คะแนน ข้อสอบแต่ละข้อ
มีคะแนน 10 คะแนน เวลาที่ใช้ในการสอบคือ 2 ชั่วโมง สอบเวลา 13.00-15.00 น ณ สำนักงานชั่วคราว
วิทยาลัยเพื่อการค้นคว้าระดับรากฐาน มหาวิทยาลัยนเรศวร ชั้นสาม อาคารฟิสิกส์

- 1. จงหา

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^3 + x)^{1/3}}{1 + (8x^3 - 7)^{1/3}} \quad (1)$$

- 2. จงหาอนุพันธ์ของ

$$y = \frac{\sin(3x^2)}{x} \quad (2)$$

เมื่อเทียบกับ x

- 3. จงหาค่าสูงสุดและต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x \quad (3)$$

บนช่วง $[1, 5]$ และหาค่าดังกล่าวเกิดที่จุดใด

- 4. จงหาค่าของ

$$f(x) = \int 9^{2x} dx \quad (4)$$

- 5. กำหนดให้ $x^2 + 2y^2 - 3xz + 1 = 0$ จงหา $\frac{\partial z}{\partial x}$ และ $\frac{\partial z}{\partial y}$

• 6. จงแก้ระบบสมการ

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5$$

$$2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 3$$

$$x_1 + 8x_3 = 17$$

- 7. จงหาคำตอบทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$2xydx + (x^2 + \cos y)dy = 0 \quad (5)$$

- 8. กำหนดฟังก์ชัน $f(x) = \ln(1 + x)$ จงหาอนุกรม Taylor ของ $f(x)$ รอบจุด $x = 1$

- 9. กำหนดฟังก์ชันสเกลาร์ $\phi = \ln |\mathbf{r}|$ จงหา $\nabla\phi$ เมื่อ $\mathbf{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

- 10. ให้ $\omega = f(z) = z^2 + 3z$ ถ้า $\omega = u + iv$ จงหา u และ v และจงคำนวณค่าของ f ที่ $z = 1 + 3i$ และ $z = 2 - i$ เมื่อ $i = \sqrt{-1}$